

1. Teil der Klausur am 07.07.2007-07-16 - Dauer 2 Stunden

1)

- a) Eine Ellipse in erster Hauptlage hat die Brennweite  $e=3\sqrt{7}$  und schneidet die Parabel  $y^2=2px$  im Punkt  $P(3|4)$ . Ermittle die Gleichung der beiden Kegelschnitte und ihre Schnittwinkel. Fertige eine Zeichnung an.
- b) Das von der Parabel, der Parabeltangente in P und der X-Achse begrenzte Flächenstück rotiert um die x-Achse. Berechne das Volumen des Drehkörpers.
- c) Schreibe dem Ellipsoid, das durch die Drehung der Ellipse um die X-Achse entsteht, den volumensgrößten Drehkegel ein, dessen Spitze im linken Hauptscheitel liegt.

Ergebnis: a) Ell...  $\frac{x^2}{67} + \frac{y^2}{18} = 1$  Par...  $y^2 = \frac{16}{3}x$   $\alpha = 43,1524^\circ$   
b)  $V = 8\pi$   
c)  $V = 64\pi$

2)

Ein langstieliges Weinglas hat die Form eines Rotationskörpers mit folgendem Achsenschnitt (Maße in cm):

Der Querschnitt des Glashohlraumes wird begrenzt durch die Gerade  $y=9,5$  und die Parabel  $y=x^2$ .

Der Außenquerschnitt des Glases ohne Standfläche wird begrenzt durch die Geraden  $y=9,5$  und  $y=-9,5$ , durch die Parabel  $y=x^2-0,3$  sowie durch den Graphen jener Funktion  $f: x \rightarrow a-b/x^4$ , der die Parabel im Punkt  $P(1|y)$  berührt. Der Glasstiel ruht auf einer zylindrischen Standfläche von 6,5 cm Durchmesser und 3 mm Höhe.

- a) Wieviel Flüssigkeit fasst das randvoll gefüllte, wieviel das bis zur halben Höhe gefüllte Glas? In welchem Abstand vom oberen Rand muss die Markierung für 1/8-Liter angebracht werden?
- b) Bestimme die Funktionsgleichung von f und stelle den Außenquerschnitt des Glases graphisch dar.
- c) Welche Masse hat das leere Weinglas, wenn die Dichte des verwendeten Glases  $2,6\text{g/cm}^3$  beträgt?

Ergebnis: a) voll:  $141,7643\text{ cm}^3$  halbvoll:  $35,4411\text{ cm}^3$  Abstand  $5,78\text{ mm}$   
b)  $y = 1,2 - \frac{0,5}{x^4}$   
c)  $m = 75,063\text{ g}$